

椭圆扫描转换算法的改进与实现

尹淑仙, 徐火生, 李玉蓉
(武汉数字工程研究所, 湖北 武汉 430074)

摘 要: 提出了一种改进该生成算法的方法. 它改变了椭圆扫描转换算法中, 位于法向量二分量相等点的以下部分像素点的生成顺序: 由长轴上的点向该法向量二分量相等点逼近, 即逆向生成. 该方法简化了初始值设置和条件判断, 试验结果表明它能够达到节约资源、提高工作频率和增强硬件实现可靠性的目的.

关键词: 计算机图形学; 椭圆扫描转换算法; 逆向生成

中图分类号: TP32

文献标识码: A

文章编号: 1000-7180(2010)07-0031-04

Improvement and Implementation of the Algorithm for Ellipse Scan Conversion

YIN Shu-xian, XU Huo-sheng, LI Yu-rong

(Wuhan Digital Engineering Institute, Wuhan 430074, China)

Abstract: This paper presents an improved approach for ellipse generating algorithm with anticlockwise generation in the region where slope is less than negative one, which lights the pixel on longer axis firstly, then close to the pixel which slope is equal to negative one. This algorithm can simplify initialization and conditional expression, which leads to less resources, faster working frequency and securer hardware generation.

Key words: computer graphics; scan-conversion ellipse algorithm; anticlockwise generation

1 引言

椭圆和直线是绘制图形的基本元素, 椭圆扫描转换生成算法是计算机图形学、计算机辅助设计、科学计算可视化、计算机动画及 CAD 等领域最基本、最重要的算法之一. 在传统的算法中, 沿某坐标轴递增一步后, 从两个可能像素点中选择一个离曲线最近的像素构成光栅平面上曲线的离散轨迹. 通常, 这种选择是根据判别式的符号决定, 而判别式又服从递归公式, 使得计算仅用整数类型和二进制移位, 达到了简单快速的要求. 为了进一步提高曲线的扫描转换速度, 很多学者研究了新的加速算法, 有对称性算法^[1]、双步增量算法^[2]等. 这些算法在法向量二分量以下部分生成像素点时, 都存在着初始值设置

和判断条件相对复杂的问题. 本文提出了一种改变原有离散点生成轨迹的方法, 可以并行的从椭圆长轴、短轴上的点向法向量二分量相等的点靠近.

2 椭圆改进算法

在硬件作图中, 直线和椭圆的画法都是必不可少的. 目前的椭圆法向量二分量相等点的下半部分的像素生成算法不利于硬件的实现. 本文将对算法进行改进并实现.

设椭圆方程为

$$F(x, y) = b^2x^2 + a^2y^2 - a^2b^2 = 0,$$

式中, a 为沿 x 轴方向的长半轴长度, b 为 y 轴方向的短半轴长度, a 、 b 均为整数. 这里只讨论第一象限椭圆的生成, 其余三个象限的像素点可以根据椭圆

收稿日期: 2009-05-20; 修回日期: 2009-07-20

基金项目: 部级基金支持项目(51306050201)

的对称性生成.以弧上斜率为的点(即法向量两个分量相等的点)作为分界把它分为上半部分和下半部分^[3],如图 1 所示.

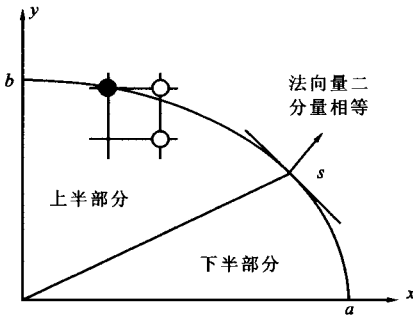


图 1 第一象限的椭圆弧

该椭圆上一点 (x, y) 处的法向量为

$$N(x, y) = \frac{\partial F}{\partial x}i + \frac{\partial F}{\partial y}j = 2b^2xi + 2a^2yj$$

式中, i 和 j 分别为沿 x 轴和 y 轴方向的单位向量.从图 1 可看出,在上半部分,法向量的 y 分量更大,而在下半部分,法向量的 x 分量更大.下面介绍改进的下半部分像素生成算法.

传统的椭圆下半部分算法,其初始条件的关系式复杂,如下式:

$$\begin{aligned} d_{2_init} &= F(x_s + 0.5, y_s - 1) \\ &= b^2(x_s + 0.5)^2 + a^2(y_s - 1)^2 - a^2b^2 \end{aligned}$$

式中乘阶较高,更麻烦的是确定此时初始像素 (x_s, y_s) 的位置,需进行多重判断.传统方法如图 2(a) 所示,下半部分的像素点的生成顺序由 s 向 a ,改进后的下半部分的像素点生成顺序由 a 向 s ,如图 2(b) 所示.这样下半部分的初始像素点的坐标是简单的长轴上像素点的坐标 $(a, 0)$.

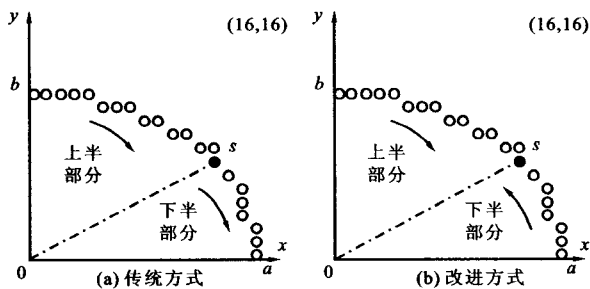


图 2 第一象限的椭圆弧

在下半部分,假设横坐标为 y_p 的像素中与椭圆弧更接近点是 (x_p, y_p) ,那么下一对候选像素的中点是 $(x_p - 0.5, y_p + 1)$.因此判别式为

$$\begin{aligned} d_2 &= F(x_p - 0.5, y_p + 1) \\ &= b^2(x_p - 0.5)^2 + a^2(y_p + 1)^2 - a^2b^2 \end{aligned}$$

若 $d_2 < 0$,中点在椭圆内,则应取正上方像素,

且判别式应更新为

$$\begin{aligned} d_{2_N} &= F(x_p - 0.5, y_p + 2) \\ &= d_2 + a^2(2y_p + 3) \end{aligned}$$

若 $d_2 \geq 0$,中点在椭圆外,则应取左上方像素,且判别式应更新为

$$\begin{aligned} d_{2_WN} &= F(x_p - 1.5, y_p + 2) \\ &= d_2 + b^2(-2x_p + 2) + a^2(2y_p + 3) \end{aligned}$$

下半部分的中点判别式 d_2 的初始值为

$$\begin{aligned} d_{2_init} &= F(a - 0.5, 1) \\ &= a^2 + b^2(-a + 0.25) \end{aligned}$$

则改进后,第一象限椭圆弧的扫描转换中点算法的下半部分像素坐标流程图如图 3 所示.

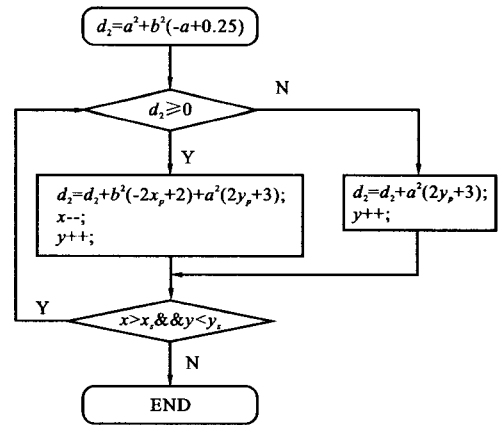


图 3 椭圆弧下半部分像素坐标生成图

3 改进算法性能分析

从上述的推导过程可知,逆向的从点 b 向点 s 靠近,其初始化条件是独立的,不依赖 s 点参数,能够降低像素地址生成的复杂度,提高稳定性.如果同时让点 a 和点 b 向点 s 靠近,这种并行前进的方法可以大大提高像素的生成速度.

现以一组椭圆为对象进行分析,它们的长轴长度都为 16,短轴长度分别从 1 到 16 不等.如图 4 所示,每个椭圆的法向量二分量相等的像素点都一一标明在其中,可以发现,随着短轴长度向长轴长度的靠近,即椭圆越来越圆时,短轴上的点到法向量二分量相等点的距离与长轴上的点到法向量二分量相等点的距离不断逼近.

根据椭圆扫描转换算法,用仿真工具^[4]统计出短轴 b 点到 s 点之间的像素个数和长轴 a 点到 s 点之间的像素个数,如图 5 所示,左边的柱状图表示在不同短轴情况下的 $N_{a \rightarrow s \rightarrow b}$,即按照串型、顺序方法生

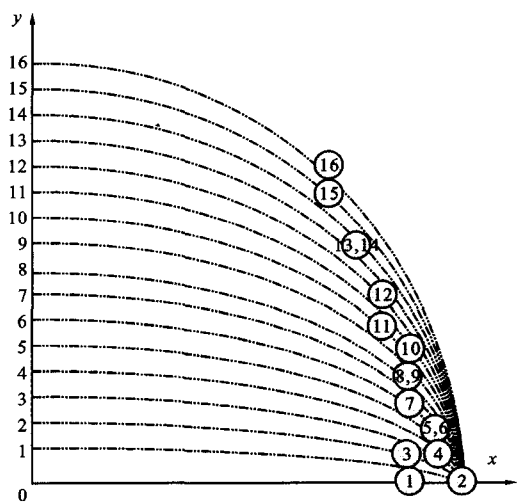


图 4 法向量二分量相等点分布图

成的椭圆四分之一弧所需的时间(以像素时钟为单位). 右边的柱状图表示在不同短轴情况下的 $\max(N_{a \rightarrow s}, N_{b \rightarrow s})$, 即按照并型、逆序方法生成的椭圆四分之一弧所需的时间(以像素时钟为单位). 从图可以看出, 随着椭圆越来越圆, 二者耗时的差距也越来越大.

根据关系式(1), 确定改进前后耗时比的关系.

$$\eta = \frac{\max(N_{a \rightarrow s}, N_{b \rightarrow s})}{N_{a \rightarrow s \rightarrow b}} \times 100\% \tag{1}$$

式(1) 中的自变量满足关系: $N_{a \rightarrow s} + N_{b \rightarrow s} = N_{a \rightarrow s \rightarrow b}$, 以图 5 为例, 统计出不同短轴情况下, 两种

方法画弧耗时的比值分布如图 5 的“□”折线所示, 根据关系式(1) 和图 5 可以推出, 随着椭圆越来越圆, $\lim_{N_{a \rightarrow s} \rightarrow N_{b \rightarrow s}} \eta = 50\%$. 从上述算法分析和统计比较可知, 改进后的算法确实有性能上的提高, 在椭圆接近圆形时, 效果最明显, 耗时为之前的近 50%.

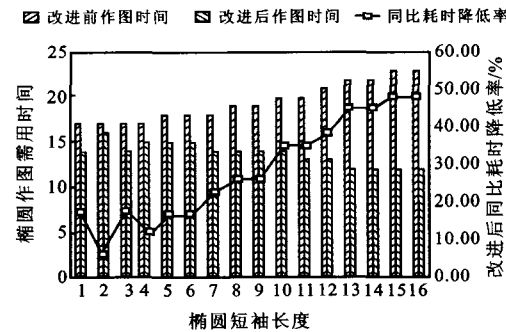


图 5 耗时分布对比图

同时, 从改进算法的推导过程可以看出, 对于法向量二分量相等点以下部分像素点的绘制, 其初始化设置和逻辑判断条件得以简化, 针对改进前后两种算法, 利用综合工具^[5] 分析比较其资源消耗和复杂度情况. 图 6 为改进前的综合结果, 用了 3 个 4 输入乘法器和 1 个 4 输入加法器. 图 7 为改进后的综合结果, 用了 2 个 2 输入乘法器, 1 个 3 输入乘法器和 1 个 4 输入加法器.

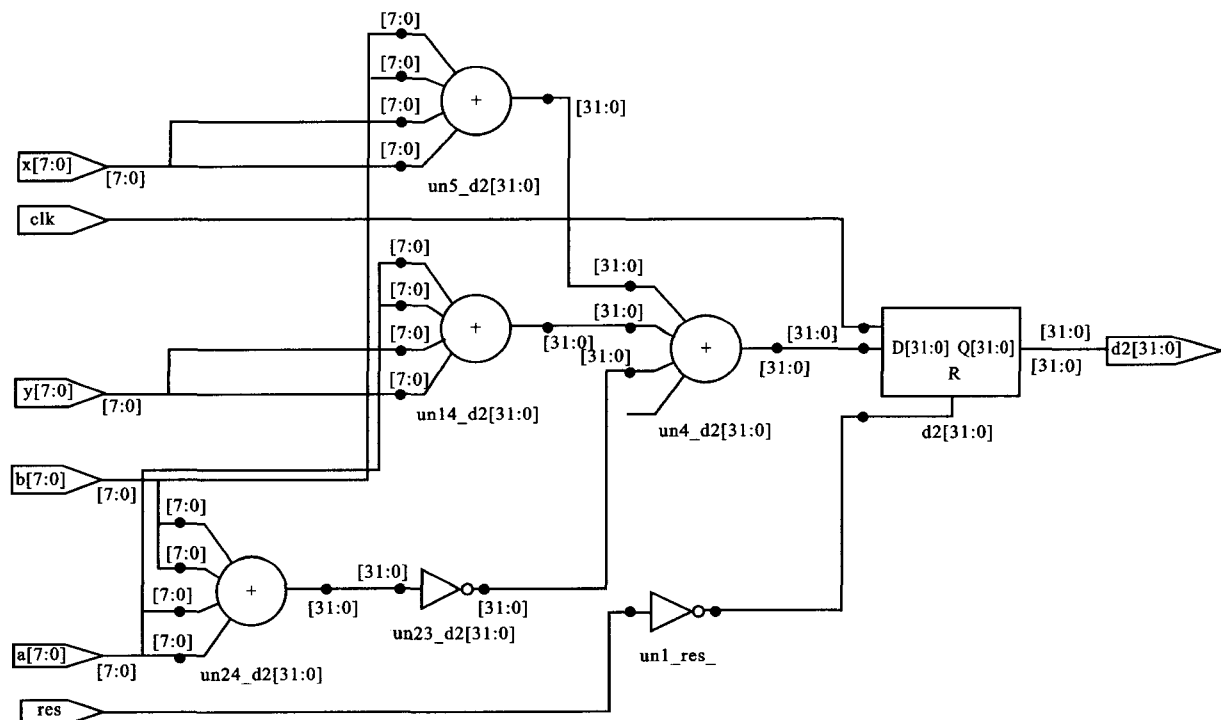


图 6 改进前逻辑综合图

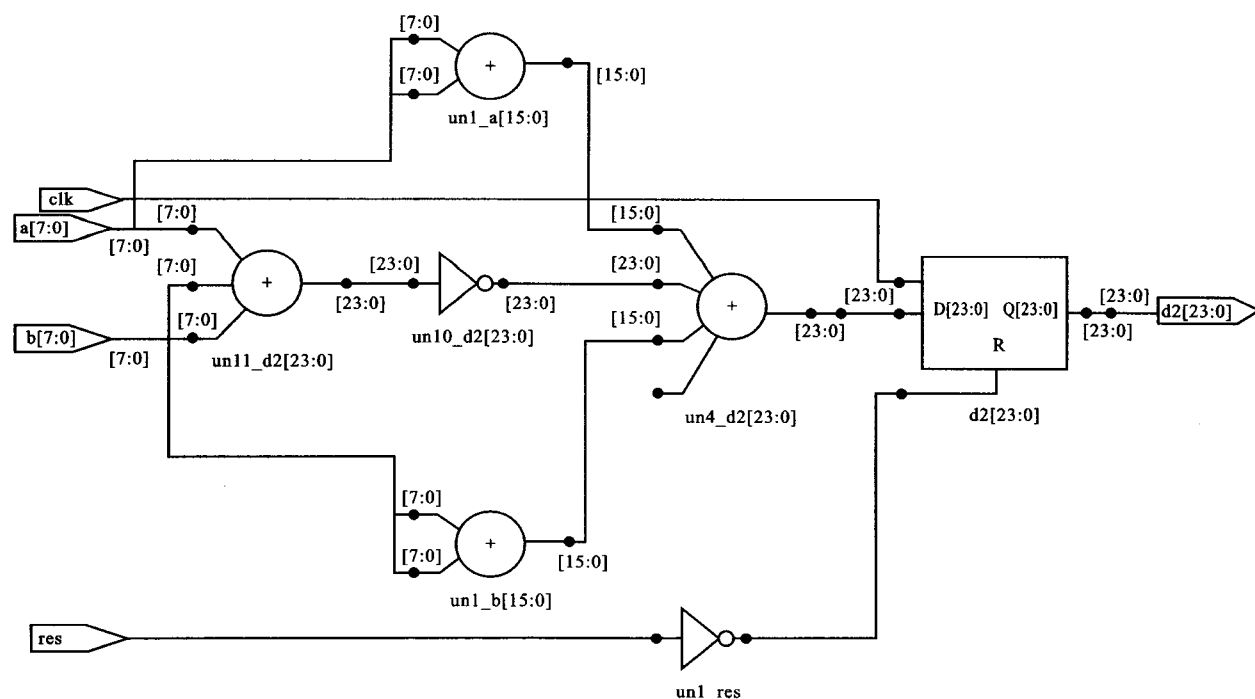


图7 改进后逻辑综合图

根据逻辑综合结果,把它们分别映射到相同的逻辑芯片上,表1分别列出了它们map后的资源消耗情况.数据表明,改进后的算法,在硬件实现过程中,乘法器所用数量的下降幅度超过了50%,同时寄存器用量也下降了25%.

表1 资源消耗对比表

比较项	状态	改进前	改进后
Total registers(寄存器总量)		32	24
Embedded Multiplier 9-bit elements(9位乘法器用量)		9	4

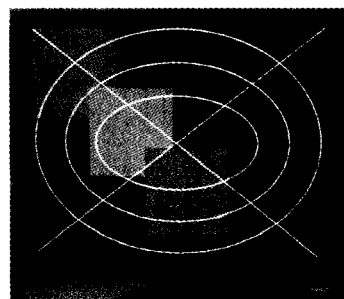


图8 显示效果图

相等点的椭圆扫描转换算法.该算法简化了初始值的设置,降低了乘阶,提高了硬件实现的可靠性.通过对算法的推导,以及与传统算法的比较、分析,最终用可编程逻辑器件对改进后的椭圆扫描转换算法进行了物理验证.结果表明椭圆图形生成速度快,无漏点、错点,画面清晰且无闪烁.

参考文献:

- [1] Rokne J G, Brian wyvill, Xiaolin Wu. Fast line scan - conversion[J]. ACM Transactions on Graphics, 1990, 9(4): 376 - 388.
- [2] Xiaolin Wu, Jon G. Rokne. Double - step generation of ellipses[J]. IEEE Computer Graphics and Applications, 1989, 9(3): 56 - 69.
- [3] Donald Hearn, Pauline Baker M. Computer graphics C version[M]. Boston: Prentice Hall, 1997: 102 - 109.

4 硬件实现

基于对该算法的推导、分析和比较,用逻辑可编程器件实现.在逻辑设计过程中,不但采用了已改进的算法,还利用椭圆的对称性原理,加速像素点的绘制.本设计选用 Altera 公司 EP2C35F672 作为加载芯片,逻辑代码经过编译^[6]、仿真验证后导入 SOPC.其内嵌的 Nios II^[7]作为指令发送端,利用软件开发环境向所设计的椭圆模块发送作图指令.图8为硬件生成的显示效果图,该椭圆硬件作图模块集成在一个用 FPGA 实现的图形显示控制器中.

5 结束语

本文提出了一种逆向、并行靠近法向量二分量

(下转第 39 页)

5 结束语

文中提出了一种利用峰值抵消策略的PTS方法.该方法在部分传输序列的叠加过程中将潜在的峰值消除.由于需要处理的部分传输序列相对较少,以及在相位旋转因子的选择过程中只需要关注少数几个波峰点的样值,因此具有较低的算法复杂度.仿真结果显示,新的PTS具有良好的PAPR抑制性能.在 $V \geq 16$ 时,可实现与IPTS相近,甚至更优的PAPR抑制性能.

参考文献:

- [1] Bahal A R, Saltzberg B R, Ergen M. Multi-carrier digital communications: theory and applications of OFDM [M]. 2nd ed. New York: Springer, 2004.
- [2] Han S H, Lee J H. An overview of peak-to-average power ratio reduction techniques for multicarrier transmission[J]. IEEE wireless communications, 2005(12): 56-65.
- [3] Müller S H, Huber J B. OFDM with reduced peak-to-average power ratio by optimum combination of partial transmit sequences[J]. Electronics Letters, 1997, 33(5): 368-369.
- [4] Cimini L J, Sollenberger N R. Peak-to-average power ratio reduction of an OFDM signal using partial transmit sequences[J]. IEEE Communications Letters, 2000, 4(3):86-88.
- [5] Ho W S, Madhukumar A S, Chin F. PAPR reduction using partial transmit sequences: a suboptimal approach based on dual layered phase sequencing[J]. IEEE Transactions

on Broadcasting, 2003, 49(2):225-231.

- [6] Han S H, Lee J H. PAPR reduction of OFDM signals using a reduced complexity PTS technique[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2004, 11(11):887-890.
- [7] 武林俊, 朱世华, 冯兴乐. 利用部分传输序列减小MC-CDMA系统的峰均比[J]. 电子与信息学报, 2005, 27(4):599-602.
- [8] Lee B M, Figueiredo R J. A low complexity tree algorithm for PTS-based PAPR reduction in wireless OFDM[C]// Proceedings of ICASSP 2006. France: IEEE Press, 2006: 301-304.
- [9] Jiang T, Xiang W, Richardson P C. PAPR reduction of OFDM signals using partial transmit sequences with low computational complexity [J]. IEEE Transactions on Broadcasting, 2007, 53(3):719-724.
- [10] Jiao Y Z, Liu X J, Wang X A. A novel tone reservation scheme with fast convergence for PAPR reduction in OFDM systems[C]// Proceedings of IEEE CCNC 2008. USA: IEEE Press, 2008: 398-402.

作者简介:

焦玉中 男,(1975-),博士研究生.研究方向为OFDM技术与SOC设计方法学.

王新安 男,(1963-),副教授,博士生导师.研究方向为SOC设计方法学、组合ASIC和可重构DSP.

倪学文 男,(1944-),教授,博士生导师.研究方向为MEMS和SOC设计方法学.

许应 男,(1982-),硕士.研究方向为OFDM技术及其实现.

刘雪娇 女,(1984-),硕士研究生.研究方向为OFDM技术与IC设计.

(上接第34页)

- [4] 张志涌. 精通MATLAB 6.5版[M]. 北京:北京航空航天大学出版社,2003.
- [5] Synplicity, Inc. Synplicity FPGA synthesis user guide [M]. Beijing: Synopsys, 2007.
- [6] Mentor Graphics, Inc. FPGA advantage tutorial[M]. 北京:肯思科技有限公司, 2006.
- [7] Altera Corp. Nios II processor reference handbook[M].

Altera, 武汉骏龙科技有限公司,2005.

作者简介:

尹淑仙 女,(1978-),硕士.研究方向为图形图像显示及信息处理.

徐火生 研究员,硕士生导师.研究方向为指挥控制系统、图形图像显示及信息处理.

李玉蓉 工程师.研究方向为EDA设计.